

KVANTIFIKÁTORY

Obecný kvantifikátor: \forall „každý“, „pro všechna“, „pro každé“
v záporné větě: „žádný“, „nikdo“

Existenční kvantifikátor: \exists „existuje nějaké“, „existuje alespoň jedno“
 $\exists!$ „existuje právě jedno“

Při negaci kvantifikovaných výroků se obecný kvantifikátor mění na existenční a naopak.

ν	$\neg \nu$
$\forall(x \in M): A(x)$	$\exists(x \in M): \neg A(x)$
$\exists(x \in M): A(x)$	$\forall(x \in M): \neg A(x)$
Všichni jsou.....	Někteří nejsou..... Alespoň jeden není.....
Někteří jsou..... Alespoň jeden je.....	Žádní nejsou.....
Aspoň n prvků je....	Nejvýše n-1 prvků je.....
Nejvýše n prvků je.....	Alespoň n+1 prvků je.....
Právě n prvků je.....	Nejvýše n-1 prvků nebo alespoň n+1 prvků....

Důležité tautologie

Tyto tautologie budeme často používat, je proto dobré se je naučit z paměti.

$$\begin{aligned}
 p &\Leftrightarrow \neg(\neg p) & (1) \\
 (p \wedge q) &\Leftrightarrow (q \wedge p) & (2) \\
 (p \vee q) &\Leftrightarrow (q \vee p) & (3) \\
 (p \Leftrightarrow q) &\Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p) & (4) \\
 \neg(p \wedge q) &\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) & (5) \\
 \neg(p \vee q) &\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) & (6) \\
 (p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow (\neg p \vee q) & (7) \\
 (p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p) & (8) \\
 \neg(p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) & (9) \\
 (p \Leftrightarrow q) &\Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) & (10) \\
 ((p \wedge q) \wedge r) &\Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r)) & (11) \\
 ((p \vee q) \vee r) &\Leftrightarrow (p \vee (q \vee r)) & (12) \\
 ((p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r) &\Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)) & (13) \\
 ((p \wedge q) \vee r) &\Leftrightarrow ((p \vee r) \wedge (q \vee r)) & (14) \\
 ((p \vee q) \wedge r) &\Leftrightarrow ((p \wedge r) \vee (q \wedge r)) & (15) \\
 ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) &\Rightarrow (p \Rightarrow r) & (16)
 \end{aligned}$$

Tautologie (2-4) jsou komutativy, tautologie (5-6) jsou DeMorganovy zákony, tautologie (8) je obměněná implikace, tautologie (11-13) jsou asociativy, tautologie (14-15) jsou distributivity a tautologie 16 je tranzitivita.