

Matematická analýza I

Zkoušková písemka - varianta A

Příklad 1. Dokažte, že

$$\forall n \in \mathbb{N} : 5 \mid 2^{4n+3} - 3. \quad (10b.)$$

Příklad 2. Vypočítejte limitu posloupnosti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n} \right). \quad (15b.)$$

Příklad 3. Najděte body nespojitosti funkce f a určete jejich typ. Pokud je to možné, dodefinujte funkci tak, aby byla v těchto bodech spojitá:

$$f(x) = \frac{10 - 6x + |1 - x^2|}{x^2 + 2x - 3}. \quad (15b.)$$

Příklad 4. Určete rozměry otevřeného zahradního bazénu se čtvercovým dnem daného objemu 108 m^3 tak, aby se na vyzdění jeho dna a stěn spotřebovalo co nejméně materiálu. (20b.)

Příklad 5. Vyšetřete průběh funkce f a načrtněte její graf:

$$f : y = \frac{x}{\ln x}. \quad (40b.)$$