

Matematická analýza I

Zkoušková písemka

Příklad 1. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}$ platí:

$$3 \mid (10^n + 4^n - 2) \quad (10b.)$$

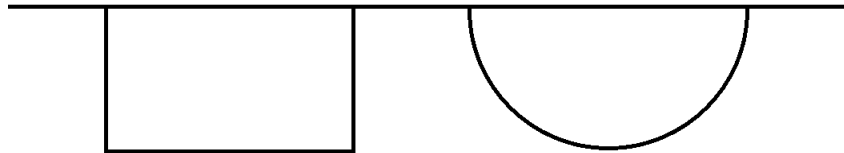
Příklad 2. Vypočtete limitu posloupnosti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n}\right)^{-3n+1}. \quad (15b.)$$

Příklad 3. Spočtete limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x + x^3}{\sin^3 x}. \quad (15b.)$$

Příklad 4. Chceme postavit výběh pro koně ve tvaru obdelníku. Jedna ze stran tohoto výběhu je tvořena přírodní bariérou (řekou). Jaké musíme zvolit rozměry, aby rozloha výběhu byla co největší, máme-li dostatek materiálu pouze na 400m oplocení? Bude výhodnější (z hlediska rozlohy) postavit výběh ve tvaru půlkružnice vezmeme-li v úvahu, že by výsledná rozloha byla o 10% menší kvůli nepřesnostem? (20b.)



Obrázek 1

Příklad 5. Vyšetřete průběh funkce f a načrtněte její graf:

$$f : y = \operatorname{arctg} \left(2x^2 + \frac{1}{2} \right)$$

(Nápověda: $\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2} \right) \doteq 0,46$) (40b.)