29. Strategie v teorii her

V rámci matematického programování se rozhodujeme o optimálním řešení s nadhledem, známe veškeré informace. V teorii her řešíme situace, kdy nemáme úplné informace a rozhodujeme se v každém kroku. Lze říci, že v rámci matematického programování optimalizujeme výsledek, v teorii her optimalizujeme postup. Příkladem, kde je tento rozdíl hezky vidět, je hledání optimální cesty dostavníku.

Definice: *Hráčem* nazýváme každého účastníka rozhodovací situace. Hráč, který logicky analyzuje situaci a volí strategie tak, aby optimalizoval svou výhru, se nazývá *inteligentní.* Neinteligentním hráčem nazýváme náhodný mechanismus (příroda). *p-inteligentní* hráč - p určuje stupeň inteligence (0 - náhodný, 1 - inteligentní).

Definice: *Hra* je soubor pravidel a podmínek, které určují strategie, v jakém pořadí je volí a jaká je jejich výhra. Hrou se někdy rozumí matematický model rozhodovací situace.

Definice: *Strategie* je kompletní sada možností, které má hráč k dispozici, aby mohl hru hrát. Definuje tedy možnosti hráčova rozhodování. *Prostor strategií* je množina všech alternativ, které má hráč k dispozici. *Optimální strategie* zaručuje hráči co nejvyšší výhru nezávisle na tazích protihráče. Na konci každé hry se uskutečňuje *platba (výplata, výhra)*, což je peněžní platba nebo vyhodnocení dosažených bodů.

Náležitosti teorie her:

- minimálně dva hráči
- střet zájmů
- každý hráč zná množinu svých i soupeřových strategií
- každý hráč dokáže ocenit efektivitu strategií
- každý hráč se rozhoduje nezávisle na rozhodnutí soupeře
- aspoň jeden hráč je "inteligentní"- volí optimální řešení

Značení:
množina hráčů: $Q = \{1, 2 \dots N\}$
množina strategií: $X_i, i \in \{1, 2 \dots N\}$
výplatní funkce: $M_i : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N \to \mathbb{R}$

Maticové hry: pro hru s konstantním součtem označíme součet K.
rozdílová matice: $M = M_1 - M_2$
součtová matice: $K = M_1 + M_2$
$M_1 = \frac{1}{2}(K + M)$, $M_2 = \frac{1}{2}(K - M)$

Příklad: Hra kámen, nůžky, papír:
$Q = \{1, 2\}$
$X = \{K, N, P\}$
$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ $M_2 = -M_1$
Jedná se o hru s konstantním součtem 0.

Optimální strategie Řešení v oboru ryzích strategií znamená, že hráč dosáhne svého cíle pouze pomocí jediné své strategie. V tomto oboru nemusí mít hra optimální řešení.
Smíšení strategie je pravděpodobnostní rozdělení přes množinu strategií (lineární kombinace)

Základní věta maticových her: Smíšené rozšíření každé maticové hry má vždy Nashovo rovnovážné řešení.

Sedlový bod (minimax) je hodnota, která je nejmenší na řádku a zároveň největší ve sloupci. Obecně hra v maticovém tvaru může mít žádný, jeden nebo více sedlových bodů. Pokud nemá žádný, neexistuje optimální ryzí strategie, pokud má jeden, určuje optimální strategii, pokud jich má více, určuje alternativní optimální (rovnovážné) strategie. Maticová hra má řešení v oboru čistých strategií právě tehdy, když má sedlový bod
$\max_i\{\min_j\{a_{ij}\}\} = \min_j\{\max_i\{a_{ij}\}\}$
John von Neumann (1928) - Věta o minimaxu

Jiné rozhodovací principy: Maximinní (pesimistické) kritérium - hledáme nejnižší možný výsledek a z těchto minim vybereme maximum (předpokládáme, že se nás ostatní snaží poškodit). Maxmaxní (optimistické kritérium) - hledáme nejvyšší možné hodnoty a vybereme z nich maximum (předpokládáme, že nám ostatní pomohou).

Nashova rovnováha: Koncept řešení nekooperativních her více hráčů, jedná se o situaci, kdy žádný z hráčů nemůže změnou své strategie vylepšit svou situaci. Hledání Nashovy rovnováhy je ekvivalentní s hledáním sedlového bodu výplatní matice.

Paretovo optimum: Je to takový stav, kdy žádný hráč nemůže dosáhnout lepšího postavení bez toho, že by se naopak postavení někoho jiného zhoršilo. Je to tedy jakýsi rovnovážný stav, kdy, pokud se někdo chce mít ještě lépe, než na tom je, může tak učinit jen na úkor někoho jiného. (není spravedlivé, nezajišťuje rovnoměrné rozdělení - když mám všechno a ty nic, při změne si vždy přihorším)

Vězňovo dilema: Koordinační hra o dvou hráčích, kteří se rozhodují, zda zradit a vypovídat, nebo mlčet. Kdyby oba mlčeli, tak nebudou usvědčeni, ale kdo promluví první, dostane lepší podmínky. V tomto případě se zde nachází pouze jedna Nashova rovnováha a oba hráči si zvolí možnost zradit, protože v jakékoliv situaci se vyplatí hráči změnit strategii z mlčení na zradu a vždy si svou situaci zlepší. Paretovo optimum je v této situaci stav, kdy by oba vězni mlčeli.

Zmrzlináři na pláži: Nashovo equilibrium uprostřed pláže, Paretovo optimum rovnoměrně rozmístěno

Aplikace signální hry - marketing: vysílačem je firma, která může pomocí reklamy a ochutnávek (viditelných marketingových nákladů) dávat najevo kvalitu svých produktů. Zákazník je přijímačem a rozhoduje se, zda produkt koupí nebo nekoupí.

poznámky (co by v otázce mělo být):

1. zdroj: wikipedie
2. definice strategie
3. klasifikace her, rozdíl mezi ryzí a smíšenou strategií
4. proč se zavádí smíšené strategie? (ryzí strategie nemusí mít sedlový bod, smíšené ano)
5. maxmax, minmax, maxmin
6. popsat kámen, nůžky, papír