

## Zkoušková písemka MAI

1. Pomocí matematické indukce dokažte:

$$4 + 9 + 14 + \dots + (5n - 1) = \frac{n}{2} (3 + 5n).$$

2. Vypočítejte:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$$

(b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n - 4} \right)^{n+3}$$

3. Pokud existuje najděte inverzní funkci k

$$f : \mathbb{R} \setminus \{4\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{5\}, f(x) = 5 + \frac{1}{x-4}.$$

4. Vyšetřete průběh funkce:  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}.$